

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندسی کاویانی

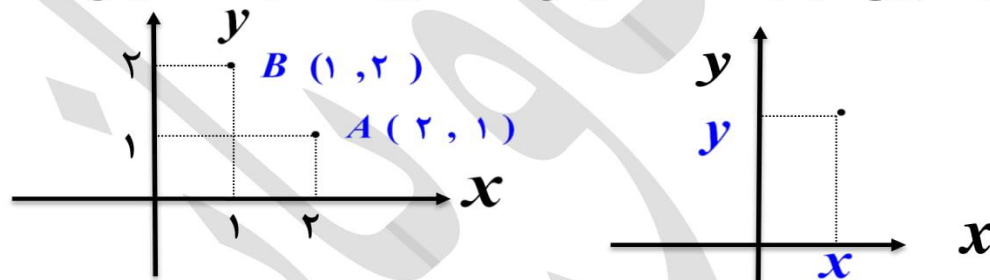
فصل ۵: تابع

درسنامه (زوج مرتب)

تعریف (a, b) را یک زوج مرتب یا دوتایی مرتب می گوئیم که همانطور که از نام آن پیداست ترتیب نوشتن در آن مهم و موثر است. $(1, 2) \neq (2, 1)$

نکته: مختصات یک نقطه در فضای دو بعدی را با (x, y) نشان می دهیم

که یک زوج مرتب است و در آن x طول نقطه و y عرض نقطه است.



دانش آموز: آقا اجازه پس $\{1, 2\}$ زوج مرتب نیست دیگه!؟

✓ آخرین درسته. چون مجموعه $\{1, 2\} = \{2, 1\}$ و ترتیب نوشتن در آن مهم نیست

پس زوج مرتب نیست.

دانش آموز: آقا بیفشید! سه تایی مرتب هم داریم؟

✓ بله (x, y, z) یک سه تایی مرتب است که می تواند نمایانگر یک نقطه در فضای سه

بعدی باشد اما در رشته تجربی نمی فونید!!

Telegram : @amoozesheriazi۱۰

مهندس کاویانی

x طول نقطه ، y عرض و z ارتفاع نقطه است. کلا $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ رو یک n تایی مرتب می گوئیم .

دانش آموز: آقا زوج مرتب فقط برای مفتصات نقطه کاربرد داره؟

✓ نه گلم جاهای مختلفی کاربرد داره مثلا دو تایی مرتب (معاون، رئیس) در یک شرکت :

(امد، علی) \neq (علی، امد)

دانش آموز: آقا ببخشید من آنقدر سوال می پرسم ولی دیگه این آفریشه ! من چه بوری

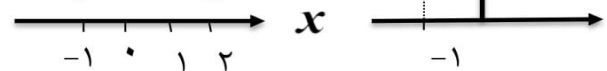
بفهمم (a, b) یک زوج مرتبه یا یک بازه از a تا b ؟؟

✓ اشکال نداره شما سوال پرس کنجاو دهمی من ! و اما جواب سوالت اینه که واقعا از ظاهر آن همیشه فومید و هتما باید در متن سوال متوجه این تخصیه شد .

همانطور که در فصل ۲ فوندید بازه $x \in (a, b)$ یعنی $a < x < b$ و محدوده x را در فضای یک بعدی نشان می دهد.

(۲ و -۱) نقطه

$$x \in (-1, 2) \Rightarrow -1 < x < 2$$



✓ فب حالا شما انقدر سوال پرسیدین ، من هم یک سوال پرسم : چه موقع دو نقطه A و B

بر هم منطبق اند؟ دانش آموز: آقا اجازه فب وقتی دو زوج مرتب آن با هم مساوی

باشند. یعنی دقیقا شبیه هم باشند مثلا $(1, 2) = (1, 2)$

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندس کاویانی

✓ آخرین درسته. نکته اش رو اینطوری در زیر بیان می کنیم:

نکته: وقتی دو نقطه $A(a, b)$ و $B(c, d)$ بر هم منطبق اند که دو زوج مرتب باهم مساوی باشند یعنی $(a, b) = (c, d)$ و آن زمان رخ می دهد که:

$$\begin{cases} a = c & \text{مولفه های اول با هم برابر باشند.} \\ b = d & \text{مولفه های دوم با هم برابر باشند.} \end{cases}$$

مثال ۱: دو نقطه $A(a^2 + 4b, 1)$ و $B(0, 2a + 3b)$ بر هم منطبق اند، مجموعه مقادیر ممکن برای $a + b$ کدام است؟

$$\left\{ -1, \frac{11}{36} \right\} (1) \quad \left\{ 1, \frac{11}{36} \right\} (2) \quad \left\{ -1, \frac{5}{9} \right\} (3) \quad \left\{ -1, \frac{5}{9} \right\} (4)$$

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندسی کاویانی

درسنامه ۲: رابطه

رابطه: به مجموعه ای از زوج های مرتب یک رابطه می گوئیم.

مثلاً رابطه بین دستمزد یک کارگر با ساعت کاری او که :

اگر به ازای هر ساعت کاری ۵ هزار تومان پرداخت شود و حداکثر ساعت کاری ۱۰ ساعت باشد آنگاه :

$$R_1 = \left\{ (0, 0), (1, 5), (2, 10), (3, 15), \dots, (x, 5x), \dots, (10, 50) \right\}$$

درآمد (هزار تومان) ساعت کاری

$$\Rightarrow y = 5x$$

ساعت کاری درآمد

یا به عنوان مثال رابطه بین یک فرد و شماره های موبایل او .

یا رابطه بین سن و وزن :

$$R_2 = \left\{ (علی, 09120001010), (علی, 09190001010), (علی, 09350001010) \right\}$$

قرار داد: یک رابطه به صورت $R = \{ (x, y) \}$ روی مجموعه A یعنی $x, y \in A$

و یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B ($A \rightarrow B$) یعنی $X \in A$ و $Y \in B$

Telegram : @amoozesheriazi

مهندس کاویانی

نکته: تعداد اعضای یک رابطه همان تعداد زوج مرتب های آن رابطه است که می تواند متناهی یا نامتناهی باشد. برای مشخص کردن اعضای یک رابطه (به صورت رابطه بین x و y) کافی است به یکی از متغیرها مثلا x اعداد مجموعه A را داده و y را طبق مجموعه B بدست آوریم.

مثال ۱: رابطه $R = \{ (x, y) \mid 2x + y \leq 7 \}$ روی مجموعه اعداد طبیعی

چند عضو دارد؟

۵(۱) ۶(۲) ۸(۳) ۹(۴)

مثال ۲: رابطه کوچکتری $R = \{ (x, y) \mid x < y \}$ از مجموعه اعداد

طبیعی \mathbb{N} به مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ چند عضو دارد؟

۵(۱) ۶(۲) ۷(۳) ۴(۴) بی شمار

تذکره: گاهی ساده تر است برای مشخص کردن اعضای یک رابطه ابتدا به y عدد داده

و سپس x را بیابیم.

مثال ۳: رابطه $R = \{ (x, y) \mid |x| + 3y^2 \leq 5, x, y \in \mathbb{Z} \}$ چند عضو

۸(۱) ۱۶(۲) ۲۱(۳) ۲۴(۴) دارد؟

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندس کاویانی

درسنامه ۳: تابع و تشخیص آن

تعریف: یک تابع از مجموعه A به مجموعه B رابطه ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می شود.

✓ تابع مثل یک آبمیوه گیری میمونه که به ازای هر میوه ورودی (x) فقط یک آبمیوه

فروبی (y) داره! (هالا تفاله ها را نپینیم!)

دقت کنید ممکنه چند میوه همزمان وارد آبمیوه گیری کنی (چند x) و یک آبمیوه مفلوط (یک y) خارج شود. اما برعکس آن امکان پذیر نیست یعنی یک میوه (یک x) چند آبمیوه (چند y) نمی دهد!



✓ ریشه کلمه تابع از تبعیت کردن میاد مثلاً درآمد یک کارگر تابعی از ساعت کاری او است.

درآمد را متغیر وابسته (مثلاً y) و ساعت کاری او را متغیر مستقل (مثلاً x) می گوئیم که y

تابعی از x است یا y وابسته به x است.

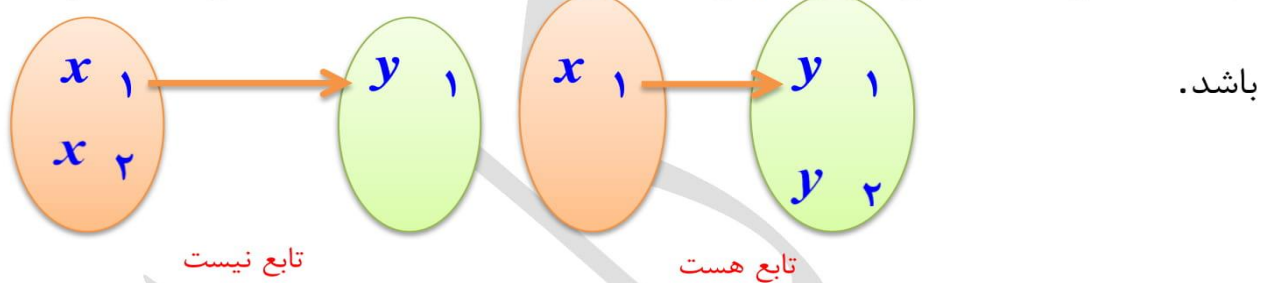
Telegram : @amoozesheriazi10

مهندس کاویانی

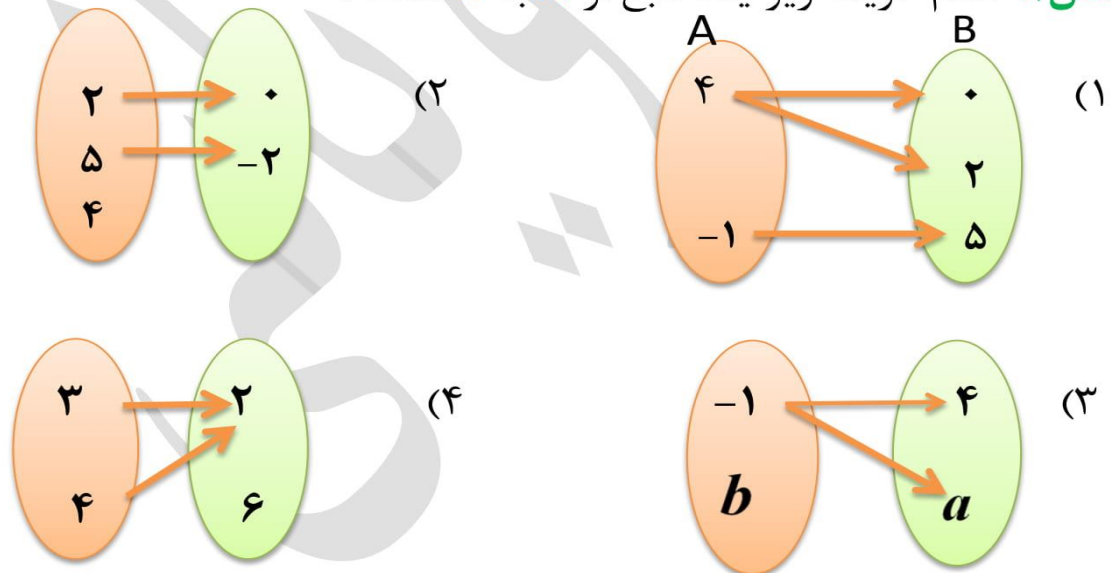
تذکر: دقت کنید با توجه به تعریف باید برای هر $x \in A$ حتماً $y \in B$ نسبت

داده شده باشد و اگر برای x ای از A ، y نداشته باشیم (سر x بی کلاه بماند !)

آن رابطه تابع نیست ولی اگر سر y بی کلاه مانده باشد اشکال ندارد ! می تواند تابع



مثال ۱: کدام گزینه زیر یک تابع از A به B است ؟



Telegram : @amoozesheriazi10

مهندس کاویانی

تشخیص تابع از روی مجموعه ای از زوج های مرتب (رابطه) :

$$x = 3 \begin{cases} \rightarrow y = 5 \\ \rightarrow y = 4 \end{cases} \Rightarrow \{(3, 5), (3, 4)\}$$

تابع نیست
(مولفه های اول برابرند)

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases} \rightarrow y = 5 \Rightarrow \{(3, 5), (2, 5)\}$$

تابع است (اشکال ندارد مولفه های دوم برابر باشند)
تابع است

نکته: یک رابطه به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب وقتی تابع است که هیچ دو زوجی دارای مولفه های اول مساوی نباشند و اگر دو زوج دارای مولفه های اول یکسان باشند باید مولفه های دوم آنها نیز برابر باشد.

$$\text{مثال: } R = \{(2, 5), (3, 4), (2, 7)\} \Rightarrow \text{تابع نیست}$$

چون برای $x=2$ دو تا y مختلف داریم و مولفه های اول مساوی اند .

$$\text{مثال: } f = \{(0, 2), (-1, 5), (0, \sqrt[3]{8})\}$$

تابع است . چون برای $x=0$ فقط یک $y=2$ داریم. $(\sqrt[3]{8})$

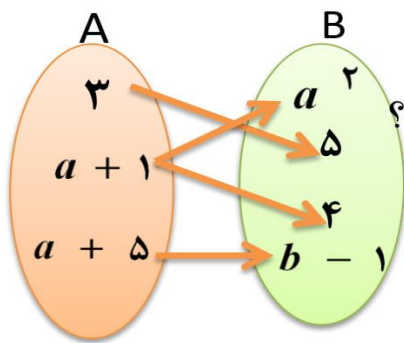
x	1	2	3
y	4	4	4

$$\Rightarrow f = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$$

تابع است چون هیچ دو مولفه ای اولی برابر نیست اشکال ندارد y ها برابر باشند.

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندسی کاویانی



مثال ۲: رابطه مقابل یک تابع است ، $a + b$ کدام است؟

- ۸(۱) ۶(۲) -۴(۳) ۴(۴) ۵(۴)

مثال ۳: به ازای چند مقدار مختلف m رابطه

$R = \{ (m+1, 2), (2m-1, 3), (5, 2), (4, 3) \}$ یک تابع نیست؟

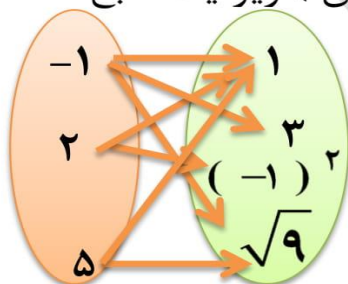
- ۲(۱) ۳(۲) ۴(۳) ۵(۴)

مثال ۴: حداقل چند زوج مرتب از رابطه $R = \{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| \leq 2 \}$

حذف کنیم به طوری که R یک تابع شود؟

- ۵(۱) ۶(۲) ۷(۳) ۸(۴)

مثال ۵: با حذف حداقل چند پیکان نمودار پیکانی (نمودار ون) زیر یک تابع



می شود؟

- ۴(۱) ۳(۲) ۲(۳) ۱(۴)

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندسی کاویانی

مثال ۶: اگر روابط f و g بر حسب زوج های مرتب ، تابع باشند کدام روابط زیر ممکن است تابع نباشد؟

$$(۱) f - g \quad (۲) f \cap g \quad (۳) g - f \quad (۴) f \cup g$$

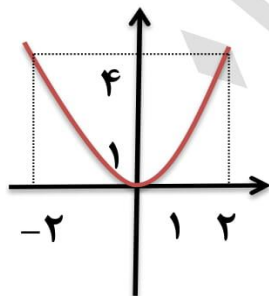
مثال ۷: چند تابع مختلف از مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ به مجموعه $B = \{-1, 3, 4, -2\}$ می توان نوشت؟

۶۴(۴)

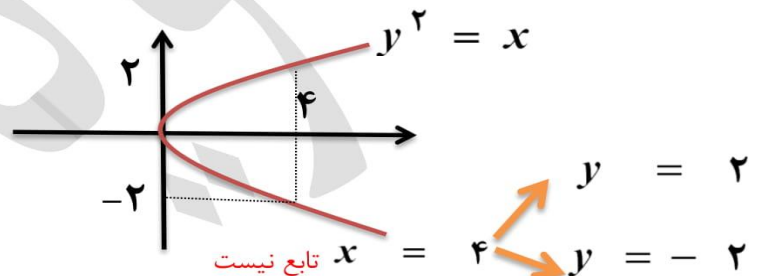
۸۱(۳)

۷(۲)

۱۲(۱)



تشخیص تابع از روی نمودار: به نمودارهای زیر دقت کنید.

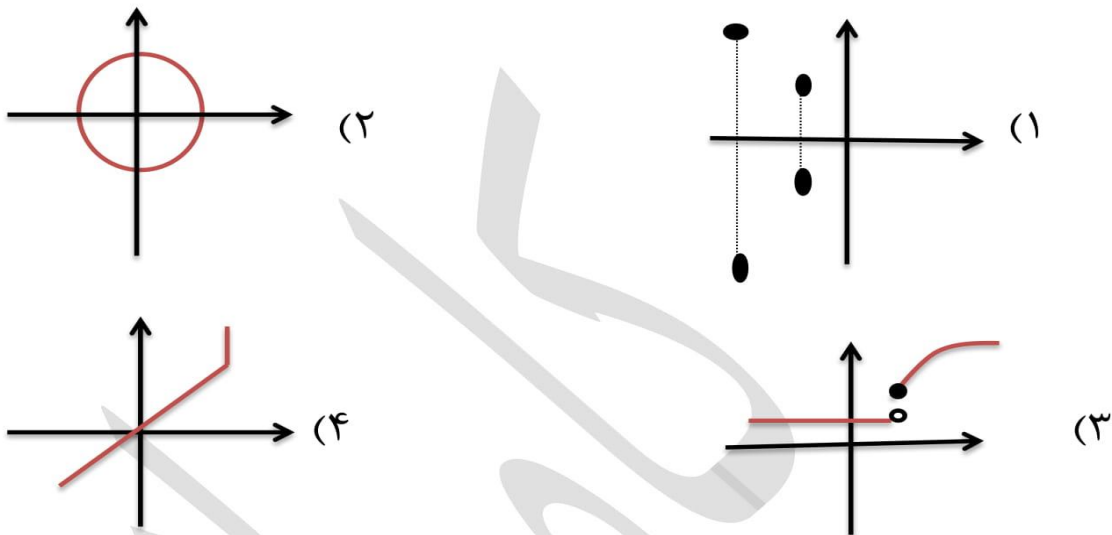


نکته: یک نمودار وقتی مربوط به تابعی از y بر حسب x است که هر خط موازی محور y ها (عمودی) نمودار را در بیش از یک نقطه قطع نکند.

Telegram : @amoozesheriazi

مهندس کاویانی

مثال ۸: کدام نمودار زیر مربوط به یک تابع است؟



تشخیص تابع از روی ضابطه (قانون یا رابطه ای بین x و y) :
وقتی تابع از x است که برای هر x بیش از یک y نداشته باشیم.

مثال ۹: در کدام رابطه زیر y تابعی از x است؟

$$(1) \quad y^2 + x = 5 \quad (2) \quad |y - 1| = x$$

$$(3) \quad y^3 - xy + x = 4 \quad (4) \quad |y + 2| + x^2 = 2x - 1$$

Telegram : @amoozesheriazi

مهندس کاویانی

مثال ۱۰: با کدام شرط رابطه $x^2 + y^2 = 9$ می تواند یک تابع باشد؟

$$x, y \in \mathbb{N} \quad (۲)$$

$$x, y \in \mathbb{Z} \quad (۱)$$

$$0 \leq x \leq 3, y \leq 0 \quad (۴)$$

$$y \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 3 \quad (۳)$$

مثال ۱۱: کدام رابطه زیر یک تابع نیست؟

(۱) رابطه ای که به شعاع دایره ، مساحت آن را نسبت می دهد.

(۲) رابطه ارتفاع هواپیما بر حسب زمان سپری شده از پرواز

(۳) رابطه ای که به سن یک فرد وزن او را نسبت می دهد.

(۴) رابطه ای که به هر عدد ، ریشه دوم آن را نسبت می دهد.

Telegram : @amoozesheriazi10

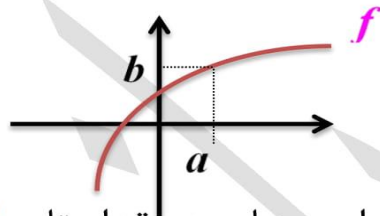
مهندس کاویانی

درسنامه ۴: مقدار دهی به تابع

* اگر زوج مرتب (x, y) عضوی از تابع f باشد می گوییم مقدار تابع به ازای

$$x \text{ برابر } y \text{ است و می نویسیم: } f(x) = y$$

$$\text{مثال: } f = \{ (2, 1), (-1, 3), (4, -1) \} \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 1 \\ f(f(4)) = f(-1) = 3 \end{cases}$$

* اگر نقطه (x, y) نقطه ای از نمودار تابع $y = f(x)$ باشد آنگاه y را مقدارتابع f به ازای x می گوییم.

$$(a, b) \Rightarrow f(a) = b$$

* اگر ضابطه تابع $y = f(x)$ داده شده باشد برای محاسبه مقدار تابع (y) بهازای $x = a$ کافی است به جای x ها ، مقدار a را جایگذاری کنیم.

$$\text{مثال: } f(x) = x^2 - 3x + 1 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 4 - 6 + 1 = -1 \\ f(\star) = \star^2 - 3\star + 1 \\ f(x-1) = (x-1)^2 - 3(x-1) + 1 = x^2 - 5x + 5 \end{cases}$$

$$y = x^2 - 3x + 1 \text{ یا}$$

تذکره: برخی توابع چند ضابطه ای هستند. برای مقدار دهی به آن ها باید دقتکنیم که x مورد نظر در محدوده کدام ضابطه قرار دارد و در آن ضابطه به جای x ها عدد گذاری کنیم.

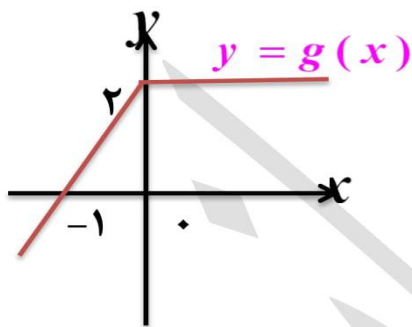
Telegram : @amoozesheriazi

مهندس کاویانی

مثال ۱: اگر $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & |x| \leq 1 \\ -x^2 + 3 & |x| > 1 \end{cases}$ باشد حاصل موارد زیر را بدست آورید؟

الف) $f(f(-2))$ ب) $f(\sin x)$ ج) $f(-x^2 - 2)$

مثال ۲: اگر $f = \{(-3, 2), (4, 0), (2, 4)\}$ و نمودار $y = g(x)$ مطابق شکل باشند موارد زیر را بدست آورید؟



الف) $g(f(f(2)))$

ب) $f(g(a)) = 4 \Rightarrow a = ?$

مثال ۳: اگر $f(x-1) = 2x^2 - f(0)$ حاصل $f(2)$ کدام است؟ ($x \in \mathbb{R}$)

۱۴(۴)

۴(۳)

۱۷(۲)

۷(۱)

مثال ۴: نمودار سهمی $f(x) = x^2 - ax + b$ و خط $y = 3x - a$ در نقطه ای

به طول ۲ روی محور x ها متقاطع اند ، عرض نقطه تقاطع دیگر آنها کدام است؟

۸ (۴)

۱۷(۳)

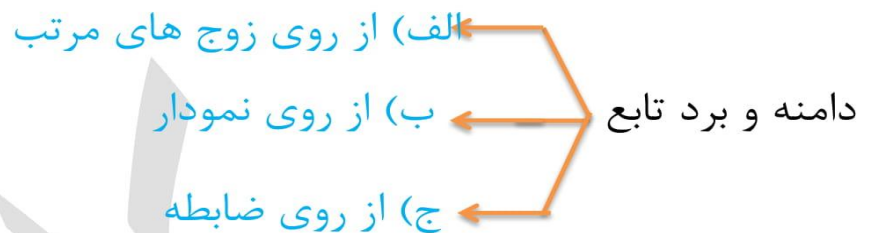
۱۵(۲)

۱۲(۱)

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندس کاویانی

درسنامه ۵: دامنه و برد تابع



الف) دامنه و برد تابع از روی زوج های مرتب:

دامنه (ورودی تابع یا حوزه تعریف): مجموعه مولفه های اول

برد (خروجی تابع یا حوزه مقادیر): مجموعه مولفه های دوم تابع

$$\text{مثال: } f = \{ (2, 4), (-1, 4), (3, 4) \} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \{ 2, -1, 3 \} & \text{سه عضوی دامنه} \\ R_f = \{ 4 \} & \text{تک عضوی برد} \end{cases}$$

تذکره: در یک تابع همواره تعداد اعضای برد کوچکتر یا مساوی تعداد اعضای دامنه است .

تذکره: دامنه یا برد ممکن است نامتناهی باشند.

Telegram : @amoozesheriazi۱۰

مهندسی کاویانی

مثال ۱: چه تعداد از گزاره های زیر صحیح می باشند؟ (فرض شده است برای هر x دامنه حداقل یک y وجود دارد).

(الف) رابطه ای که تعداد اعضای دامنه بزرگتر یا مساوی تعداد اعضای برد باشد لزوماً یک تابع می باشد.

(ب) رابطه ای که تعداد اعضای برد از تعداد اعضای دامنه بیشتر باشد تابع نیست.

(ج) رابطه ای که برد آن تک عضوی است ، لزوماً تابع است.

(د) رابطه ای که برد آن نامتناهی و دامنه آن تک عضوی است می تواند یک تابع باشد.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

(ب) دامنه و برد از روی نمودار:

* محدوده ای از x ها که برای آنها نمودار وجود دارد و در نتیجه y وجود دارد عضو دامنه هستند. یعنی تصویر قائم نمودار روی محور x ها

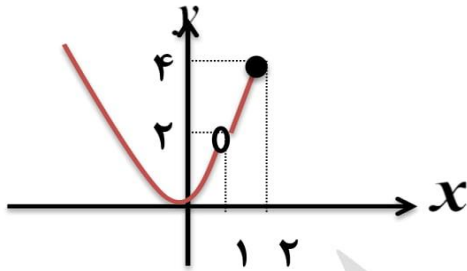
* محدوده ای از y ها که برای آنها نمودار وجود دارد و در نتیجه y وجود دارد عضو برد هستند. یعنی تصویر قائم نمودار روی محور y ها

Telegram : @amoozesheriazi۱۰

مهندس کاویانی

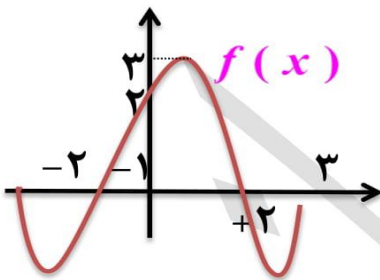
مثال ۲: نمودار $y = f(x)$ مطابق شکل است . دامنه و برد $f(x)$ را بدست

آورید؟



مثال ۳: نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است دامنه توابع زیر را بدست

آورید؟

(الف) $f(x)$ ب) $f(x) = \sqrt{f(x)}$ ج) $\sqrt{xf(x)}$ د) $\sqrt{\frac{f(x)}{x}}$ ذ) $\sqrt{\frac{x}{f(x)}}$

ج) دامنه و برد از روی ضابطه: این مدل در کتاب هم خیلی مورد نظر نبوده است و در سال یازدهم کامل به آن پرداخته خواهد شد. فقط به دامنه و برد توابع خاص در درسنامه ی بعدی اشاره خواهیم کرد.

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندس کاویانی

درسنامه ۶: انواع توابع

الف) توابع چند جمله ای: توابعی که نمایش جبری آنها چند جمله ای های جبری از یک متغیر هستند.

تابع چند جمله ای درجه ۱ (خطی) $\longrightarrow f(x) = ax + b \quad (a \neq 0)$

تابع چند جمله ای درجه ۲ (سهمی) $\longrightarrow g(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

نکته: دامنه توابع چند جمله ای همه مجموعه اعداد حقیقی \mathbb{R} است.

اگر چند جمله ای درجه فرد باشد برد آن \mathbb{R} است اما اگر درجه زوج باشد برد آن کل \mathbb{R} نیست و زیر مجموعه ای از آن است.

$$\text{مثال : } f(x) = x^3 - 5x^2 + 6 \Rightarrow \begin{cases} \text{دامنه } D_f = \mathbb{R} \\ \text{برد } R_f = \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\text{مثال : } g(x) = x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4 \Rightarrow \begin{cases} D_g = \mathbb{R} \\ R_g = [4, +\infty) \end{cases}$$

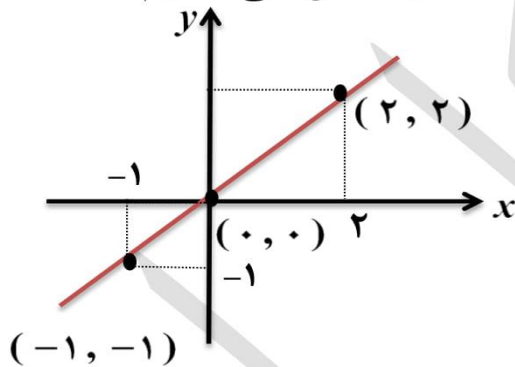
Telegram : @amoozesheriazi10

مهندسی کاویانی

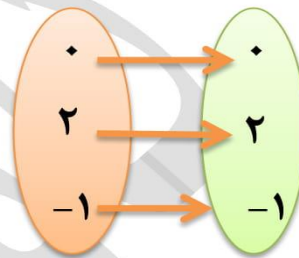
ب) تابع همانی:

به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو از برد را نسبت می دهد. یعنی $y = x$ و مولفه

های اول و دوم برابرند. تابع همانی را با $f(x) = x$ نشان می دهیم.



$$f = \{ (0, 0), (2, 2), (-1, -1) \}$$



* بچه ها هواستون بود تابع همانی همان نیمساز ربع اول و سوم و یک حالت خاص از چند

جمله ای درجه یک !!

* راستی دقت کنید اگر f همانی باشه آنگاه f هر چیزی برابر همان چیزه :

$$f(\text{pear}) = \text{pear} \longrightarrow f(2x - 1) = 2x - 1$$

مثال ۱: تابع $f = \{ (2a - 1, a + b), (2b, a + 1), (a, c + 1) \}$ همانی است

برد تابع کدام است؟ (۱) $\{1, 2, 3\}$ (۲) $\{2, 3, 4\}$ (۳) $\{3, 4, 5\}$ (۴) $\{4, 5, 6\}$

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندس کاویانی

مثال ۲: اگر $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{3x^2 + 2}$ تابعی همانی باشد $a + b + c + d$

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

کدام است؟

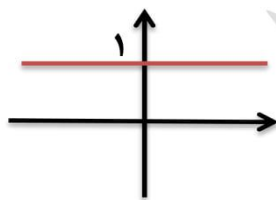
(ج) تابع ثابت: تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو باشد. اگر این عضو را k بنامیم

تابع ثابت را معمولاً با ضابطه $f(x) = k$ نشان می دهیم.

✓ پی بگم والا همه جا تابع ثابت را با $f(x) = c$ که c مفف کلمه **constant** به

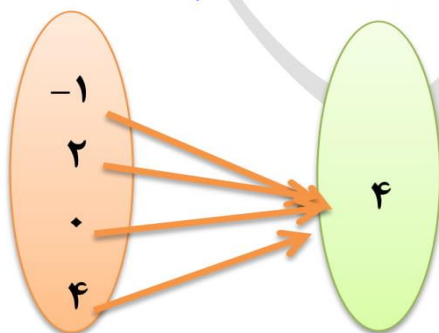
معنی ثابت است. حالا k مفف پی بوده که کتاب دهم گذاشته رو من نمیدونم!!!

خط افقی \Rightarrow تابع ثابت $\Rightarrow y = 1 \Rightarrow f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$: مثال



$$\begin{cases} \text{دامنه } x \in \mathbb{R} \\ \text{برد } y \in \{1\} \end{cases}$$

مثال: $f = \{(2, 4), (-1, 4), (0, 4), (4, 4)\} \Rightarrow \text{برد} = \{4\}$



تابع ثابت مولفه های دوم همگی برابرند.

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندس کاویانی

مثال ۳: اگر تابع $f(x) = \frac{ax^3 + 6x^2 + bx + c}{3x^2 + 2}$ ثابت باشد $a + b + c$ کدام

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

است؟ ۲(۱)

مثال ۴: اگر $f(x)$ تابعی ثابت و $g(x)$ تابعی همانی

و $2f(x+1) - 3g(2x-1) = 7 - 6x$ باشد حاصل $f(4) - g(4)$ کدام است؟

-۲(۴)

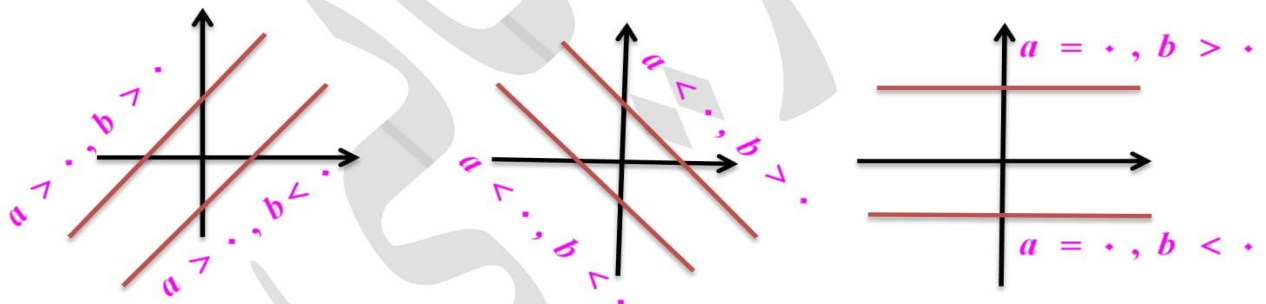
۲(۳)

-۴(۲)

۴(۱)

(د) تابع خطی: تابع $f(x) = ax + b$ که در واقع نوعی تابع چند جمله ای درجه ۱

است را تابع خطی می نامیم که a شیب خط و b عرض از مبدا آن خط است .



Telegram : @amoozesheriazi10

مهندسی کاویانی

یادآوری: رسم خط و نوشتن معادله آن را در سال نهم نیز آموخته اید که با

داشتن شیب و یک نقطه یا داشتن دو نقطه از خط چگونه معادله خط را نوشته

یا آن را رسم کنیم. $y - y_1 = m (x - x_1)$

$$y = ax + b$$

مثال ۵: اگر $f(x)$ یک تابع خطی باشد به طوریکه $f(x+2) = f(x) - 6$ و

$f(-1) = 3$ باشد حاصل $f(3-2x)$ کدام است؟

(۱) $1 - 2x$ (۲) $4x + 7$ (۳) $4x - 5$ (۴) $4x + 5$

مثال ۶: سه نقطه $(2, 3)$, $(3, a+2)$, $(a-2, 1)$ روی یک خط قرار دارند.

(بر یک استقامتند) معادله این خط با شیب کوچکتر کدام است؟

(۱) $y = 2x - 1$ (۲) $y = 3x - 3$ (۳) $3y + x = 11$ (۴) $3y - x = 7$

مثال ۷: اگر دامنه تابع $f(x) = 3 - 2x$ بازه $[-\infty, 2]$ باشد برد آن کدام است؟

(۱) $(-\infty, -1]$ (۲) $[-1, +\infty)$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1]$

Telegram : @amoozesheriazi۱۰

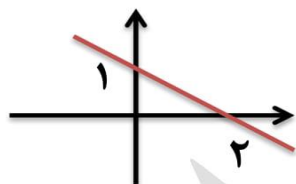
مهندس کاویانی

۱) **مثال ۸:** اگر برد تابع $f(x) = 3 - 2x$ به صورت $(3, 5)$ باشد دامنه تابع کدام

است؟ (۱) $(-1, 0)$ (۲) $(0, 1)$ (۳) $(-1, 3)$ (۴) $(0, 2)$

۲) **مثال ۹:** نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل است حاصل $f(f(x))$ به

ازای $x = -1$ کدام است؟



$\frac{7}{4}$ (۴)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

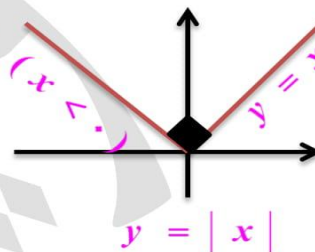
$\frac{3}{2}$ (۱)

۳) **توابع قدر مطلق:** تابعی که به هر عددی مانند x مقدار مثبت آن را نسبت

$|2| = 2, |-2| = 2$

* $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$

* $\sqrt{u^2} = |u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u \leq 0 \end{cases}$



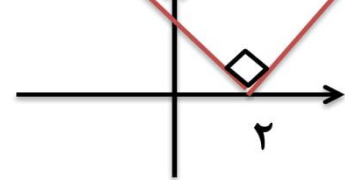
می دهد.

* $|a - b|$
 - $a > b$ → $a - b$ (داخل مثبت) خودش
 - $a < b$ → $b - a$ (داخل منفی) قرینه اش

تذکر : $\begin{cases} |u| = |-u| \\ |a - b| = |b - a| \end{cases}$

Telegram : @amoozesheriazi۱۰

مهندس کاویانی



مثال : $y = |x - 2| \Rightarrow y = \begin{cases} x - 2 ; x \geq 2 \\ 2 - x ; x \leq 2 \end{cases}$

مثال ۱۰ : اگر $f(x) = \begin{cases} |x - 2| & x < 2 \\ 4 & x = 2 \\ x^2 - x - 1 & x > 2 \end{cases}$ حاصل $f(f(\sqrt{5}))$ کدام

است؟ (۱) $2 + \sqrt{5}$ (۲) $2 - \sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5} - 2$ (۴) $-2 - \sqrt{5}$

نکته: با توجه به ویژگی و نمودار تابع $f(x) = |x|$ دامنه آن \mathbb{R} و برد آن

$(0, +\infty)$ است. $(\mathbb{R} \geq 0)$

نکته: رابطه بین x و $|x|$:

$$\begin{cases} |x| = -x \Leftrightarrow x \leq 0 \\ |x| = x \Leftrightarrow x \geq 0 \\ |x| > x \Leftrightarrow x < 0 \\ |x| < x \Rightarrow \phi \end{cases} \xrightarrow{\text{همواره}} |x| \geq x$$

مثال ۱۱ : دامنه تابع $f(x) = \frac{|x + 2|}{\sqrt{|x| - x}}$ کدام است؟

(۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 0)$ (۳) \mathbb{R} (۴) ϕ

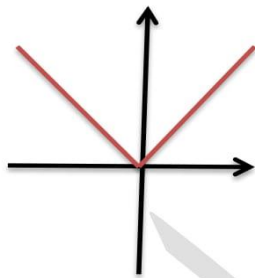
Telegram : @amoozesheriazi۱۰

مهندس کاویانی

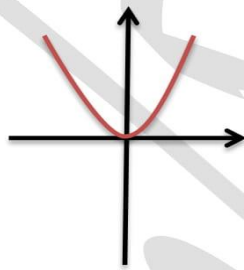
درسنامه ۷: رسم نمودار به کمک انتقال

✓ بینین بپه ها این روش رسم رو خوب یاد بگیرید که پرسرعت و پرکاربرده!

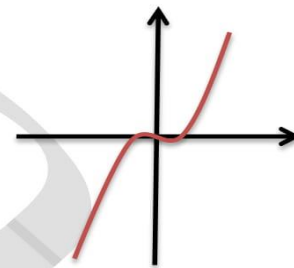
کافی نمودار توابع اصلی و مهم را که در زیر آوردیم بلد باشین و بقیه رو از روی اونا رسم کنین.



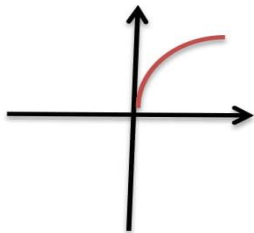
$$y = |x|$$



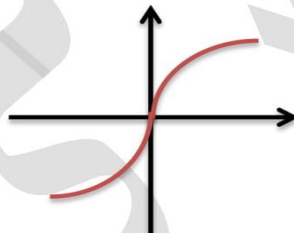
$$y = x^2$$



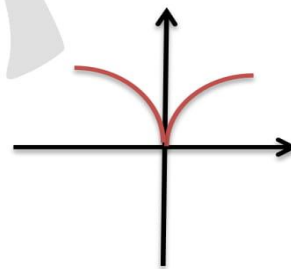
$$y = x^3$$



$$y = \sqrt{x}$$



$$y = \sqrt[3]{x}$$



$$y = \sqrt{x^2}$$

Telegram : @amoozesheriazi۱۰

مهندس کاویانی

نکته: اولویت های انتقال (ترتیب عملیات های انتقال مهم است).

- ۱- قرینه نمودار نسبت به محور x ها: $f(x) \xrightarrow{\text{تبدیل}} -f(x)$
کل تابع قرینه شود.
- ۲- انتقال به چپ یا راست : $f(x \pm k)$
- ✓ دقت کنید که برعکس + به چپ و - به راست

$$\begin{cases} k \text{ واحد به چپ} & x \rightarrow x + k \\ k \text{ واحد به راست} & x \rightarrow x - k \end{cases}$$

$$\begin{cases} h \text{ واحد بالا} & f(x) + h \\ h \text{ واحد پایین} & f(x) - h \end{cases} \quad \text{۳- انتقال به بالا یا پایین : } f(x) + h$$

$$\begin{cases} x \rightarrow -x \\ f(x) \rightarrow f(-x) \end{cases} \quad \text{۴- قرینه نسبت به محور } y \text{ ها :}$$

تذکره: در رعایت ترتیب مراحل انتقال دقت کنید شما مجازید جای دو مرحله با

شماره متوالی را عوض کنید.

مثلاً جای مرحله ۱ با ۲ را تعویض کنید یا ۲ با ۳ یا ۳ با ۴

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندسی کاویانی

نکته : $y = a |x \pm h| \pm k$ → واحد به بالا یا پایین K

اندازه a → افزایش یا کاهش اندازه شیب

واحد به چپ یا راست h

علامت a → $\begin{cases} a > 0 & \text{هفت (رو به بالا)} \\ a < 0 & \text{هشت (رو به پایین)} \end{cases}$

مثال ۱: نمودار تابع $y = |x + 2| + 1$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات

نمی گذرد؟ (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

مثال ۲: برد تابع $f(x) = 3 - |2x + 1|$ کدام است؟

(۱) $[0, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $(-\infty, 3]$ (۴) $[3, +\infty)$

نکته رسم سهمی: $y = a(x \pm h)^2 \pm k$ → واحد به بالا یا پایین K

واحد به چپ یا راست h

علامت a → $\begin{cases} a > 0 & \text{سهمی رو به بالا} \\ a < 0 & \text{سهمی رو به پایین} \end{cases}$

اندازه a → $\begin{cases} |a| > 1 & \text{نمودار منقبض} \\ |a| < 1 & \text{نمودار منبسط} \end{cases}$

Telegram : @amoozesheriazi10

مهندسی کاویانی

مثال ۳: برد تابع $f(x) = -2(x+1)^2 - 3$ کدام است؟

- (۱) $[3, +\infty)$ (۲) $[-3, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 3]$ (۴) $(-\infty, -3]$

مثال ۴: نمودار تابع $f(x)$ پس از قرینه شدن نسبت به محور x ها و یک واحدانتقال به سمت x های مثبت و دو واحد به سمت y های منفی به صورت $y = x^2 - 3x + 1$ تبدیل شده است ، ضابطه $f(x)$ کدام بوده است ؟

- (۱) $-x^2 + x - 1$ (۲) $-x^2 - x + 1$ (۳) $-x^2 + x + 1$ (۴) $-x^2 - x - 1$

مثال ۵: برد تابع $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & -2 < x < 2 \\ -1 & x \geq 2 \end{cases}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶